



# Робоча програма дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика»

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 123 · КОМП'ЮТЕРНА ІНЖЕНЕРІЯ

БАКАЛАВР

## 120

Годин

Загальний обсяг дисципліни

## 4

Кредити ЄКТС

Відповідно до стандарту

## 4

Модулi

Змістовних блоки курсу

# Загальна інформація про дисципліну

## Ідентифікація

**Назва:** Теорія ймовірностей і математична статистика

**Спеціальність:** 123 Комп'ютерна інженерія

**Ступінь:** Бакалавр

**Освітні програми:** Фінанси, банківська справа та страхування в управлінських ICT; Облік і оподаткування в управлінських ICT

**Обсяг:** 120 годин / 4 кредити ЄКТС

**Модулів:** 4 змістовних блоки

**Підсумковий контроль:** Іспит

## Призначення дисципліни

Дисципліна «Теорія ймовірностей і математична статистика» формує у студентів системне розуміння математичного апарату опису випадкових явищ та методів статистичного аналізу даних. Курс охоплює класичну теорію ймовірностей, теорію випадкових величин, закони розподілу, методи математичної статистики та їх застосування в комп'ютерній інженерії, фінансах і обліку.

Дисципліна є фундаментальною для підготовки бакалаврів зі спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія» за освітніми програмами, пов'язаними з управлінськими інформаційними системами та технологіями, і забезпечує формування необхідних загальних і фахових компетентностей у сфері аналізу даних та прийняття рішень в умовах невизначеності.

# Загальні компетентності

## Абстрактне мислення

Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу: побудова математичних моделей випадкових явищ, виявлення закономірностей у масивах даних, формування обґрунтованих статистичних висновків і висловлення власної позиції.

## Самоорганізація

Уміння самостійно навчатися, планувати роботу та організовувати виконання завдань у визначені строки, зокрема під час підготовки розрахункових робіт, виконання індивідуальних завдань і підготовки до іспиту.

## Комунікація

Здатність до усної та письмової професійної комунікації: чітко пояснювати математичні поняття та статистичні методи, аргументовано відповідати на запитання, оформлювати звіти та аналітичні записки з використанням математичної нотації.

## Командна робота

Відповідальність, ініціативність і готовність працювати в команді під час аналізу реальних наборів даних, обговорення результатів статистичних досліджень та спільного вирішення прикладних задач з елементами програмування.

Студент повинен вміти: аналізувати статистичну та числову інформацію; виділяти ключові закономірності та узагальнювати результати; планувати власну діяльність і дотримуватися дедлайнів; коректно спілкуватися з викладачами та одногрупниками; брати участь у командній роботі та раціонально розподіляти обов'язки.

# Фахові компетентності

## Теорія ймовірностей

Розуміння аксіоматичних основ теорії ймовірностей, вміння обчислювати ймовірності подій із застосуванням комбінаторики, формул повної ймовірності та Байєса. Знання принципів побудови ймовірнісних моделей та їх інтерпретації в контексті комп'ютерних і фінансових систем.

## Випадкові величини та розподіли

Здатність досліджувати дискретні та неперервні випадкові величини: визначати закони розподілу, обчислювати числові характеристики (математичне сподівання, дисперсію, середньоквадратичне відхилення), застосовувати основні теоретичні розподіли (Пуассона, нормальний, показниковий та ін.).

## Математична статистика та аналіз даних

Знання методів вибіркового аналізу, точкового та інтервального оцінювання параметрів, перевірки статистичних гіпотез, кореляційно-регресійного аналізу та їх застосування при обробці реальних даних у сфері ІТ, фінансів та обліку.

Студент повинен вміти: будувати ймовірнісні моделі для задач комп'ютерної інженерії та фінансового аналізу; розраховувати числові характеристики випадкових величин; застосовувати методи математичної статистики для обробки реальних даних; перевіряти статистичні гіпотези та інтерпретувати результати; використовувати регресійний аналіз для прогнозування та підтримки прийняття рішень.

# Результати навчання

## → Пояснення основних категорій

Пояснювати сутність основних понять теорії ймовірностей і математичної статистики: випадкова подія, ймовірність, випадкова величина, закон розподілу, числові характеристики, вибірка, статистична гіпотеза, кореляція та регресія.

## → Статистичний аналіз даних

Застосовувати методи математичної статистики: будувати вибіркові характеристики, знаходити точкові та інтервальні оцінки, перевіряти статистичні гіпотези та проводити кореляційно-регресійний аналіз за реальними даними.

## → Розрахунок ймовірностей та характеристик

Обчислювати ймовірності подій із використанням комбінаторних методів, умовної ймовірності, формул повної ймовірності та Байєса; знаходити числові характеристики дискретних і неперервних випадкових величин.

## → Прикладне застосування

Застосовувати апарат теорії ймовірностей і математичної статистики для розв'язання задач у сфері комп'ютерних систем, фінансового аналізу, управління ризиками та обробки інформації; використовувати програмні засоби (Excel, Python) для статистичних обчислень.

# Основи теорії ймовірностей

## Тема 1.1

Випадкові події та їх ймовірності.  
Простір елементарних подій, алгебра подій, класичне, статистичне та геометричне означення ймовірності.  
Елементи комбінаторики.

## Тема 1.2

Теореми додавання та множення ймовірностей. Умовна ймовірність, незалежність подій. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

## Тема 1.3

Повторні незалежні випробування.  
Схема Бернуллі: формула Бернуллі, локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа, наближення Пуассона.

# Тема 1.1 — Лекційний матеріал

## Випадкові події та їх ймовірності

**Лекція 1 (2 год.):** Предмет і задачі теорії ймовірностей. Поняття випадкового експерименту та простору елементарних подій  $\Omega$ . Класифікація подій: достовірна, неможлива, випадкова. Алгебраїчні операції над подіями: об'єднання, перетин, різниця, доповнення. Діаграми Вена.

**Означення ймовірності:** класичне (відношення сприятливих до загального числа рівноможливих результатів), статистичне (відносна частота), геометричне (міра сприятливої підмножини). Основні властивості ймовірності. Аксиоматика Колмогорова.

**Елементи комбінаторики:** правила суми та добутку; перестановки, розміщення, сполучення — формули та застосування до підрахунку кількості сприятливих і можливих результатів.

## Ключові питання лекції

- Поняття випадкового експерименту та простору елементарних подій
- Класифікація та алгебра випадкових подій
- Класичне означення ймовірності: умови застосування та обмеження
- Статистичне означення ймовірності та стійкість відносних частот
- Геометричне означення ймовірності (задача Бюффона)
- Аксиоматичний підхід Колмогорова
- Комбінаторні формули та їх застосування в задачах на ймовірність

📌 Застосування: моделювання надійності комп'ютерних систем, оцінка ймовірності збою в мережах, аналіз фінансових ризиків.

# Тема 1.1 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Завдання 1.** Побудова простору елементарних подій для заданих випадкових експериментів (кидання кубика, вилучення карт, тестування програмного модуля). Запис подій алгебраїчними операціями.

**Завдання 2.** Розрахунок ймовірностей за класичним означенням із використанням комбінаторних формул: задачі на розміщення, сполучення, перестановки в прикладних контекстах (ІТ, фінанси).

**Завдання 3.** Геометричні задачі на ймовірність: розрахунок ймовірності потрапляння у задану область. Тестування за ключовими термінами теми (10 питань).

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Випадкові події»
- Складання конспекту: аксіоми Колмогорова та наслідки з них (5–7 наслідків з доведеннями)
- Розв'язання задач з комбінаторики та класичного означення ймовірності (10 задач)
- Пошук прикладів застосування класичного та статистичного підходів у задачах комп'ютерної інженерії

**Очікуваний результат:** студент вміє класифікувати події, виконувати операції над ними, обчислювати ймовірності за класичним та геометричним означеннями, застосовувати комбінаторні формули.

# Тема 1.2 — Лекційний матеріал

## Теореми додавання та множення ймовірностей

**Лекція 2 (2 год.):** Теорема додавання ймовірностей для сумісних і несумісних подій. Теорема множення: умовна ймовірність  $P(A|B)$ , формула множення для залежних і незалежних подій. Незалежність подій у парах та в сукупності.

**Формула повної ймовірності:** повна група гіпотез, формулювання та доведення. Застосування: діагностичні системи, фільтрація спаму, пошук несправностей. **Формула Байєса:** апіорні та апостеріорні ймовірності, оновлення знань при надходженні нової інформації, байєсівський підхід у машинному навчанні.

## Ключові формули

- $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$  (сумісні події)
- $P(A|B) = P(AB) / P(B)$  (умовна ймовірність)
- $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$  (теорема множення)
- $P(B) = \sum P(H_i) \cdot P(B|H_i)$  (повна ймовірність)
- $P(H_i|B) = P(H_i) \cdot P(B|H_i) / P(B)$  (формула Байєса)

## Застосування у фахових задачах

- Байєсівський спам-фільтр у поштових системах
- Оцінка кредитного ризику за допомогою апостеріорних ймовірностей
- Діагностика помилок у комп'ютерних мережах

# Тема 1.2 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Завдання 1.** Розрахунок ймовірностей із використанням теорем додавання та множення: задачі на незалежні системи, паралельне та послідовне з'єднання елементів (надійність комп'ютерних мереж).

**Завдання 2.** Застосування формули повної ймовірності: задачі з повною групою гіпотез (контроль якості програмного забезпечення, вибірковий контроль транзакцій).

**Завдання 3.** Формула Байєса: оновлення апіорних ймовірностей за результатами спостережень. Кейс: класифікація фінансових операцій як шахрайських/легітимних.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В. «Теорія ймовірностей і математична статистика» (СумДУ, 2022) — розділи «Умовна ймовірність», «Формула Байєса»
- Підготовка реферату: «Байєсівський підхід у задачах машинного навчання та фінансового аналізу» (3–4 сторінки)
- Розв'язання типових задач на формулу повної ймовірності та формулу Байєса (8 задач)
- Аналіз прикладу: байєсівська класифікація електронних листів (реалізація логіки в Excel)

**Очікуваний результат:** студент вміє застосовувати теореми додавання та множення, обчислювати умовні ймовірності, використовувати формули повної ймовірності та Байєса для розв'язання прикладних задач.

# Тема 1.3 — Лекційний матеріал

## Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі

**Лекція 3 (2 год.):** Поняття схеми Бернуллі:  $n$  незалежних однакових випробувань, кожне з яких має два результати (успіх / невдача) з ймовірностями  $p$  та  $q=1-p$ . Формула Бернуллі:  $P\{X=k\} = C(n,k) \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ . Найімовірніше число успіхів.

**Наближені формули:** локальна теорема Муавра–Лапласа (наближення нормальним розподілом при великих  $n$ ); інтегральна теорема Муавра–Лапласа (розрахунок через функцію Лапласа  $\Phi(x)$ ); наближення Пуассона (при малому  $p$  та великому  $n$ ):  $P\{X=k\} \approx \lambda^k \cdot e^{-\lambda} / k!$ , де  $\lambda=np$ .

## Ключові формули та умови застосування

1. Формула Бернуллі:  $P\{X=k\} = C(n,k) \cdot p^k \cdot q^{n-k}$  — точна, будь-які  $n, p$
2. Локальна теорема М-Л:  $P\{X=k\} \approx \varphi(x) / \sqrt{npq}$ ,  $x=(k-np)/\sqrt{npq}$  — при  $npq \geq 9$
3. Інтегральна теорема М-Л:  $P\{k_1 \leq X \leq k_2\} \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$  — при  $n \rightarrow \infty$
4. Наближення Пуассона:  $\lambda=np$ ,  $n \geq 50$ ,  $p \leq 0,1$  — при рідкісних подіях

## Прикладні приклади

- Моделювання збоїв сервера: імовірність  $k$  відмов за  $n$  запитів
- Оцінка ймовірності помилки в банківській транзакції
- Контроль якості: кількість дефектних пакетів у партії

# Тема 1.3 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Розрахунок ймовірностей за формулою Бернуллі для прикладних задач (контроль якості пакетних передач даних, надійність систем резервування). Визначення найімовірнішого числа успіхів.

**Задача 2.** Застосування локальної та інтегральної теорем Муавра–Лапласа: розрахунок імовірностей для великих  $n$  з використанням таблиці функції Лапласа.

**Задача 3.** Наближення Пуассона: розрахунок ймовірностей рідкісних подій (кількість помилок у коді, кількість відмов обладнання за добу). Порівняння точної формули Бернуллі та наближення Пуассона.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Схема Бернуллі»
- Виконання розрахункового завдання: порівняльний аналіз точних та наближених формул при різних значеннях  $n$  і  $p$
- Підготовка таблиці: «Умови застосування наближених формул у схемі Бернуллі»
- Розв'язання задач на вибір оптимального наближення (6 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє застосовувати формулу Бернуллі, локальну та інтегральну теореми Муавра–Лапласа, наближення Пуассона для розрахунку ймовірностей у прикладних задачах.

# Випадкові величини та їх характеристики

## Тема 2.1

Дискретні випадкові величини: закон розподілу, функція розподілу, числові характеристики (математичне сподівання, дисперсія, СКВ). Нерівність Чебишева.

## Тема 2.2

Неперервні випадкові величини: щільність розподілу, функція розподілу, числові характеристики. Рівномірний та показниковий розподіли.

## Тема 2.3

Нормальний закон розподілу: властивості, правило трьох сигм, розрахунок ймовірностей. Центральна гранична теорема та її значення.

## Тема 2.4

Двовимірні випадкові величини: закон розподілу, числові характеристики, коваріація та коефіцієнт кореляції. Умовні розподіли та умовне математичне сподівання.

# Тема 2.1 — Лекційний матеріал

## Дискретні випадкові величини

**Лекція 4 (2 год.):** Поняття випадкової величини (в.в.). Дискретна в.в.: ряд розподілу, функція розподілу  $F(x)$  — властивості та графік. Числові характеристики дискретної в.в.: математичне сподівання  $M(X) = \sum x_i \cdot p_i$ , дисперсія  $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$ , середньоквадратичне відхилення  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ . Властивості математичного сподівання та дисперсії.

**Основні дискретні розподіли:** розподіл Бернуллі, біноміальний розподіл ( $M=np$ ,  $D=npq$ ), розподіл Пуассона ( $M=D=\lambda$ ), гіпергеометричний розподіл — формули, характеристики, графіки, умови застосування.

## Нерівність Чебишева та закон великих чисел

Нерівність Чебишева:  $P\{|X - M(X)| \geq \varepsilon\} \leq D(X)/\varepsilon^2$  — оцінка відхилення в.в. від математичного сподівання. Теорема Чебишева (закон великих чисел): при збільшенні числа спостережень вибіркове середнє збігається до теоретичного. Практичне значення для обробки великих масивів фінансових і технічних даних.

## Ключові формули

- $M(X) = \sum x_i \cdot p_i$  (математичне сподівання)
- $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$  (дисперсія)
- $D(aX+b) = a^2 \cdot D(X)$  (властивість дисперсії)
- Для Пуассона:  $M(X) = D(X) = \lambda$

# Тема 2.1 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Складання ряду розподілу дискретної в.в. та побудова функції розподілу. Розрахунок  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$  для заданих прикладних задач (кількість запитів до сервера, кількість помилок у транзакції).

**Задача 2.** Розрахунок числових характеристик для біноміального розподілу та розподілу Пуассона. Перевірка умов застосованості кожного з розподілів.

**Задача 3.** Застосування нерівності Чебишева: оцінка ймовірності відхилення середнього значення від математичного сподівання за заданими умовами задач.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Дискретні випадкові величини»
- Виконання розрахункового завдання: побудова функції розподілу та розрахунок числових характеристик для трьох різних дискретних в.в.
- Підготовка таблиці: «Порівняльна характеристика основних дискретних розподілів»
- Розв'язання задач з нерівністю Чебишева та законом великих чисел (5 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє будувати ряди розподілу, розраховувати числові характеристики дискретних в.в., застосовувати основні дискретні розподіли та нерівність Чебишева.

# Тема 2.2 — Лекційний матеріал

## Неперервні випадкові величини

**Лекція 5 (2 год.):** Неперервна випадкова величина: щільність розподілу  $f(x)$  та її властивості ( $f(x) \geq 0$ ;  $\int f(x)dx=1$ ). Функція розподілу  $F(x)$  та її зв'язок із щільністю:  $F(x) = \int f(t)dt$ ;  $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx$ . Числові характеристики неперервної в.в.:  $M(X) = \int x \cdot f(x)dx$ ,  $D(X) = \int (x - M(X))^2 \cdot f(x)dx$ .

**Рівномірний розподіл** на  $[a, b]$ :  $f(x) = 1/(b-a)$ ,  $M(X) = (a+b)/2$ ,  $D(X) = (b-a)^2/12$ . Застосування: генерація псевдовипадкових чисел, моделювання.

**Показниковий (експоненціальний) розподіл:**  $f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$  ( $x \geq 0$ ),  $M(X) = 1/\lambda$ ,  $D(X) = 1/\lambda^2$ . Застосування: час між подіями в потоці Пуассона, час безвідмовної роботи обладнання, час обслуговування запиту.

## Ключові формули

- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- Рівномірний:  $M = (a+b)/2$ ;  $D = (b-a)^2/12$
- Показниковий:  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ;  $M = 1/\lambda$ ;  $D = 1/\lambda^2$
- $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$  для показникового розподілу

## Застосування у фахових задачах

- Моделювання часу між транзакціями у платіжних системах
- Оцінка надійності серверів і мережевого обладнання
- Генерація рівномірно розподілених тестових даних у Python/Excel

# Тема 2.2 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Робота з щільністю розподілу неперервної в.в.: перевірка властивостей, знаходження сталої, розрахунок ймовірностей влучання в задані інтервали та числових характеристик  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

**Задача 2.** Рівномірний розподіл: розрахунок ймовірностей та характеристик. Задача на генерацію псевдовипадкових чисел — застосування у тестуванні програмних систем.

**Задача 3.** Показниковий розподіл: розрахунок часу безвідмовної роботи сервера, імовірності відмови за заданий проміжок часу. Порівняння з числовими результатами в Excel.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В. «Теорія ймовірностей і математична статистика» (СумДУ, 2022) — розділи «Неперервні випадкові величини», «Показниковий розподіл»
- Виконання розрахункового завдання: аналіз заданої щільності розподілу та побудова графіків  $f(x)$  і  $F(x)$  засобами Excel
- Підготовка таблиці: «Числові характеристики основних неперервних розподілів»
- Розв'язання задач на рівномірний та показниковий розподіли (6 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє працювати з щільністю та функцією розподілу неперервної в.в., розраховувати числові характеристики, застосовувати рівномірний та показниковий розподіли у фахових задачах.

# Тема 2.3 — Лекційний матеріал

## Нормальний закон розподілу. Центральна гранична теорема

**Лекція 6 (2 год.):** Нормальний розподіл  $N(\mu, \sigma^2)$ : щільність  $f(x) = 1/(\sigma\sqrt{2\pi}) \cdot \exp(-(x-\mu)^2/(2\sigma^2))$ , параметри  $\mu$  (математичне сподівання) та  $\sigma^2$  (дисперсія). Властивості нормального розподілу: симетрія, точки перегину, поведінка хвостів. Стандартний нормальний розподіл  $N(0,1)$ : функція Лапласа  $\Phi(x)$ , таблиця значень.

**Правило трьох сигм:**  $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,683$ ;  $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,954$ ;  $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,997$ . Нормування (стандартизація):  $Z = (X - \mu)/\sigma$ . Розрахунок ймовірностей через функцію Лапласа.

## Центральна гранична теорема (ЦГТ)

**ЦГТ:** сума (або середнє) великої кількості незалежних однаково розподілених в.в. з кінцевими  $M$  та  $D$  має розподіл, близький до нормального. Умови та наслідки. Значення ЦГТ для обґрунтування широкого застосування нормального розподілу в статистиці та аналізі даних.

- Застосування нормального розподілу в задачах оцінювання похибок вимірювань
- Моделювання фінансових показників (прибутки, витрати, відхилення)
- Оцінка якості розподілу трафіку в комп'ютерних мережах
- Нормальний розподіл у задачах машинного навчання (гаусівська регресія)

# Тема 2.3 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Розрахунок ймовірностей для нормально розподіленої в.в. через функцію Лапласа та таблицю значень. Задачі на контроль якості, оцінку відхилень від норми, аналіз фінансових показників.

**Задача 2.** Правило трьох сигм: застосування для виявлення аномалій у потоках даних (виявлення шахрайських транзакцій, аналіз мережевого трафіку). Побудова нормального розподілу в Excel.

**Задача 3.** Задачі на стандартизацію нормальної в.в. та розрахунок ймовірностей потрапляння в задані інтервали для прикладних задач. Обговорення наслідків ЦГТ.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Нормальний розподіл», «ЦГТ»
- Виконання завдання: побудова та аналіз нормального розподілу у Excel для заданого набору параметрів; візуалізація правила трьох сигм
- Підготовка есе: «Роль нормального розподілу та ЦГТ у сучасному аналізі даних» (2–3 сторінки)
- Розв'язання задач на нормальний розподіл та ЦГТ (8 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє розраховувати ймовірності для нормально розподілених в.в., застосовувати правило трьох сигм, пояснювати значення ЦГТ та її наслідки.

# Тема 2.4 — Лекційний матеріал

## Двовимірні випадкові величини

**Лекція 7 (2 год.):** Двовимірна (система двох) випадкова величина  $(X, Y)$ : закон розподілу. Для дискретного випадку — таблиця розподілу; для неперервного — сумісна щільність  $f(x, y)$ . Маргінальні розподіли компонент  $X$  і  $Y$ . Умовні розподіли та умовне математичне сподівання  $M(X|Y=y)$ .

**Числові характеристики системи:** математичні сподівання та дисперсії компонент. Коваріація:  $\text{cov}(X, Y) = M[(X - MX)(Y - MY)] = M(XY) - MXMY$ . Коефіцієнт кореляції:  $\rho(X, Y) = \text{cov}(X, Y) / (\sigma_X \cdot \sigma_Y)$ , його властивості та інтерпретація. Незалежність в.в. та відсутність кореляції.

## Ключові поняття та застосування

- $\rho = 0$  — відсутність лінійної залежності (не обов'язково незалежність)
- $|\rho| = 1$  — повна лінійна залежність між  $X$  та  $Y$
- $\text{cov}(X, Y) = 0$  та нормальний розподіл  $\nRightarrow$  незалежність

## Прикладні задачі

- Аналіз залежності між обсягом транзакцій та часом доби у фінансових даних
- Дослідження кореляції між параметрами якості програмного продукту
- Оцінка зв'язку між навантаженням на сервер і часом відгуку
- Побудова матриці кореляцій для фінансових показників портфелю

# Тема 2.4 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Робота з таблицею розподілу двовимірної дискретної в.в.: знаходження маргінальних розподілів, перевірка незалежності, розрахунок коваріації та коефіцієнта кореляції.

**Задача 2.** Обчислення коефіцієнта кореляції для системи двох неперервних в.в. за заданою сумісною щільністю. Інтерпретація значення  $\rho$ .

**Задача 3.** Кейс: розрахунок матриці кореляцій для заданого набору фінансових показників засобами Excel. Інтерпретація результатів з погляду управління портфелем активів.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В. «Теорія ймовірностей і математична статистика» (СумДУ, 2022) — розділ «Системи випадкових величин»
- Виконання завдання: побудова матриці кореляцій для реальних фінансових даних (завантажити з відкритих джерел, наприклад [finance.yahoo.com](https://finance.yahoo.com) або [minfin.com.ua](https://minfin.com.ua))
- Підготовка реферату: «Коваріація та кореляція у задачах портфельного аналізу та управління ризиками» (3–4 сторінки)
- Розв'язання задач на системи двох в.в. (5 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє аналізувати двовимірні в.в., знаходити маргінальні розподіли, обчислювати коваріацію та коефіцієнт кореляції, інтерпретувати ступінь лінійного зв'язку між двома в.в.

# Основи математичної статистики

## Тема 3.1

Вибірковий метод. Статистичні характеристики вибірки: вибірка середня, дисперсія, мода, медіана. Полігон і гістограма. Емпірична функція розподілу.

## Тема 3.2

Точкове та інтервальне оцінювання параметрів розподілу. Незміщеність, ефективність, конзистентність оцінок. Довірчі інтервали для математичного сподівання та дисперсії.

## Тема 3.3

Перевірка статистичних гіпотез. Нульова та альтернативна гіпотези, критерій, рівень значущості, потужність критерію. Критерії Стюдента, Фішера,  $\chi^2$ -квадрат.

## Тема 3.4

Кореляційний аналіз. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його значущість. Регресійний аналіз: лінійна регресія, метод найменших квадратів, оцінка якості регресії.

# Тема 3.1 — Лекційний матеріал

## Вибірковий метод. Первинна обробка даних

**Лекція 8 (2 год.):** Предмет математичної статистики: вивчення генеральної сукупності за вибіркою. Поняття генеральної та вибіркової сукупностей. Вимоги до вибірки: репрезентативність, обсяг. Способи відбору: повторний та безповторний.

**Статистичні характеристики вибірки:** вибіркова середня  $\bar{x} = (1/n)\sum x_i$ ; вибіркова дисперсія  $s^2 = (1/n)\sum (x_i - \bar{x})^2$ ; виправлена дисперсія  $S^2 = (1/(n-1))\sum (x_i - \bar{x})^2$ ; мода  $M_o$  та медіана  $M_e$ . Варіаційний ряд, полігон частот, гістограма. Емпірична функція розподілу  $F^*(x)$ .

### Ключові поняття

- Генеральна сукупність та генеральні параметри  $\mu, \sigma^2$
- Вибіркова середня  $\bar{x}$  як оцінка  $\mu$
- Виправлена дисперсія  $S^2$  як незміщена оцінка  $\sigma^2$
- Побудова гістограм: вибір числа та ширини класів (правило Стерджесса)
- Емпірична функція розподілу та її властивості

### Інструменти аналізу

Первинна статистична обробка даних засобами MS Excel (функції СРЗНАЧ, ДИСП, МЕДІАНА, МОДА; побудова гістограм) та Python (бібліотека pandas, matplotlib) — базові навички для роботи з реальними наборами фінансових і технічних даних.

# Тема 3.1 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Побудова варіаційного ряду та статистичного розподілу для заданої вибірки. Розрахунок вибіркової середньої, дисперсії, моди, медіани та СКВ.

**Задача 2.** Побудова гістограми та полігону частот для реального набору даних (наприклад, час відгуку веб-сервісу або розподіл сум фінансових транзакцій). Побудова емпіричної функції розподілу.

**Задача 3.** Практична робота в Excel: завантаження реального набору даних, розрахунок статистичних характеристик, побудова гістограми. Порівняльний аналіз двох вибірок.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Вибірковий метод»
- Виконання завдання: самостійний збір і первинна обробка реальних даних (фінансові показники, технічні виміри) — розрахунок статистичних характеристик засобами Excel
- Підготовка таблиці: «Статистичні характеристики вибірки та відповідні генеральні параметри»
- Розв'язання задач на побудову варіаційних рядів і гістограм (5 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє будувати варіаційний ряд, гістограму та емпіричну функцію розподілу, розраховувати основні вибіркові характеристики та виконувати первинну обробку статистичних даних у Excel.

# Тема 3.2 — Лекційний матеріал

## Точкове та інтервальне оцінювання параметрів

**Лекція 9 (2 год.):** Задача оцінювання параметрів генеральної сукупності. Точкові оцінки: незміщеність ( $E(\hat{\theta})=\theta$ ), ефективність (мінімальна дисперсія), конзистентність (збіжність при  $n \rightarrow \infty$ ).  
Методи отримання оцінок: метод моментів, метод максимальної правдоподібності.

**Інтервальне оцінювання:** довірчий інтервал для генерального середнього при відомій ( $\sigma$  відома:  $\bar{x} \pm z \cdot \sigma / \sqrt{n}$ ) та невідомій ( $\sigma$  невідома, малі вибірки:  $\bar{x} \pm t \cdot S / \sqrt{n}$ , розподіл Ст'юдента) дисперсії. Довірчий інтервал для генеральної дисперсії (розподіл  $\chi^2$ -квадрат). Вибір обсягу вибірки для заданої точності.

### Ключові формули

- ДІ для  $\mu$  ( $\sigma$  відома):  $\bar{x} \pm z_{\{\alpha/2\}} \cdot \sigma / \sqrt{n}$
- ДІ для  $\mu$  ( $\sigma$  невідома, малі  $n$ ):  $\bar{x} \pm t_{\{\alpha/2, n-1\}} \cdot S / \sqrt{n}$
- ДІ для  $\sigma^2$ :  $[(n-1)S^2 / \chi^2_{\{\alpha/2\}}; (n-1)S^2 / \chi^2_{\{1-\alpha/2\}}]$
- Мінімальний обсяг вибірки:  $n \geq (z \cdot \sigma / \Delta)^2$

### Фахові застосування

- Оцінка середнього часу обробки запитів у системі
- Довірчий інтервал для середнього доходу клієнта банку
- Визначення необхідного обсягу вибірки для аудиту бухгалтерських записів

# Тема 3.2 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Побудова точкових оцінок параметрів методом моментів для заданих вибірок з різних генеральних сукупностей. Перевірка незміщеності оцінок.

**Задача 2.** Побудова довірчих інтервалів для генерального середнього при відомій та невідомій дисперсії за таблицями нормального розподілу та розподілу Стюдента. Порівняння ширини ДІ при різних рівнях довіри (0,90; 0,95; 0,99).

**Задача 3.** Визначення мінімального обсягу вибірки для задачі аудиту фінансових транзакцій з заданою точністю та рівнем довіри. Практична реалізація в Excel (функції ДОВІР.НОРМ, СТЬЮДЕНТ.РОЗП).

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В. «Теорія ймовірностей і математична статистика» (СумДУ, 2022) — розділ «Статистичне оцінювання»
- Виконання розрахункового завдання: побудова довірчих інтервалів для параметрів за реальними статистичними даними (фінансова звітність, технічні виміри)
- Підготовка таблиці: «Властивості статистичних оцінок та методи їх перевірки»
- Розв'язання задач на інтервальне оцінювання при різних умовах (6 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє будувати точкові та інтервальні оцінки параметрів генеральної сукупності, обирати відповідний розподіл (нормальний, Стюдента, хі-квадрат) та інтерпретувати результати.

# Тема 3.3 — Лекційний матеріал

## Перевірка статистичних гіпотез

**Лекція 10 (2 год.):** Поняття статистичної гіпотези: нульова  $H_0$  та альтернативна  $H_1$ . Помилки першого (відхилення  $H_0$ , коли вона вірна) і другого роду (прийняття  $H_0$ , коли вірна  $H_1$ ). Рівень значущості  $\alpha$ , потужність критерію  $1-\beta$ . р-значення та його інтерпретація. Загальна схема перевірки гіпотез.

**Критерій Стюдента:** перевірка гіпотези про значення генерального середнього, порівняння середніх двох вибірок (незалежні та залежні). **Критерій Фішера:** перевірка гіпотези про рівність дисперсій. **Критерій  $\chi^2$ -квадрат:** критерій узгодженості Пірсона — перевірка гіпотези про вид розподілу.

## Схема перевірки гіпотез

1. Формулювання  $H_0$  та  $H_1$
2. Вибір рівня значущості  $\alpha$  (0,05 або 0,01)
3. Вибір статистики критерію та розподілу при  $H_0$
4. Обчислення спостережуваного значення статистики  $T_{\text{спост}}$
5. Знаходження критичного значення  $T_{\text{крит}}$  за таблицею
6. Прийняття рішення: якщо  $|T_{\text{спост}}| > T_{\text{крит}}$  — відхиляємо  $H_0$

## Застосування

- А/В-тестування веб-додатків та фінансових продуктів
- Перевірка нормальності розподілу фінансових даних
- Статистичний контроль якості програмних систем

# Тема 3.3 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Застосування критерію Стюдента: перевірка гіпотези про значення генерального середнього часу обробки платіжних операцій. Порівняння двох незалежних вибірок (дві системи обробки даних). Обчислення р-значення.

**Задача 2.** Критерій Фішера: перевірка гіпотези про рівність дисперсій двох вибірок (стабільність двох алгоритмів). Практична реалізація в Excel (функції F.TEST, T.TEST).

**Задача 3.** Критерій  $\chi^2$ -квадрат: перевірка гіпотези про нормальність розподілу реального фінансового показника. Кейс: А/В-тест ефективності двох версій інтерфейсу системи.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Перевірка статистичних гіпотез»
- Підготовка аналітичної записки: «А/В-тестування як інструмент прийняття рішень у ІТ-продуктах та фінансових сервісах» (3 сторінки)
- Виконання практичного завдання: перевірка статистичних гіпотез для реального набору даних засобами Excel або Python (бібліотека `scipy.stats`)
- Розв'язання задач на всі три критерії (6 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє формулювати нульову та альтернативну гіпотези, застосовувати критерії Стюдента, Фішера та  $\chi^2$ -квадрат, інтерпретувати р-значення та приймати статистично обґрунтовані рішення.

# Тема 3.4 — Лекційний матеріал

## Кореляційний та регресійний аналіз

**Лекція 11 (2 год.):** Кореляційний аналіз: вибірковий коефіцієнт кореляції Пірсона  $r = [\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})] / [\sqrt{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \cdot \Sigma(y_i - \bar{y})^2}]$ . Перевірка значущості коефіцієнта кореляції (критерій Стьюдента). Рангова кореляція Спірмена для порядкових даних.

**Лінійна регресія:** рівняння лінійної регресії  $y = a + bx$ . Метод найменших квадратів (МНК): знаходження коефіцієнтів  $a$  та  $b$ . Коефіцієнт детермінації  $R^2$  як міра якості регресії. Залишки регресії та їх аналіз. Прогнозування за допомогою лінійної моделі.

### Ключові формули МНК

- $b = [n \cdot \Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i] / [n \cdot \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2]$
- $a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$
- $R^2 = 1 - SS_{res}/SS_{tot}$  (коефіцієнт детермінації)
- $r^2 = R^2$  для парної лінійної регресії

### Застосування у фахових задачах

- Прогнозування фінансових показників: дохід, витрати, прибуток
- Аналіз залежності між витратами на ІТ та ефективністю бізнес-процесів
- Побудова регресійних моделей у Excel (інструмент «Регресія») та Python (sklearn)
- Основи лінійної регресії як базового алгоритму машинного навчання

# Тема 3.4 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Розрахунок вибіркового коефіцієнта кореляції Пірсона та перевірка його значущості для пари фінансових показників (доходи та витрати, обсяг транзакцій та час доби). Побудова діаграми розсіювання в Excel.

**Задача 2.** Знаходження рівняння лінійної регресії методом МНК за умовними даними. Розрахунок  $R^2$ , оцінка адекватності моделі. Прогнозування значення  $Y$  для заданого  $X$ .

**Задача 3.** Комплексний кейс: побудова регресійної моделі для реального набору даних у Excel (надбудова «Аналіз даних» → «Регресія»). Інтерпретація коефіцієнтів та  $R^2$ . Підготовка короткого звіту.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В. «Теорія ймовірностей і математична статистика» (СумДУ, 2022) — розділ «Кореляційний та регресійний аналіз»
- Виконання аналітичного завдання: кореляційно-регресійний аналіз для реальних фінансових або технічних даних — повний цикл від побудови до інтерпретації
- Підготовка есе: «Лінійна регресія як основа предиктивної аналітики у фінансових ІС» (3 сторінки)
- Розв'язання задач на кореляцію та регресію (6 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє розраховувати коефіцієнт кореляції та перевіряти його значущість, будувати рівняння лінійної регресії методом МНК, оцінювати якість регресійної моделі та використовувати її для прогнозування.

# Стохастичні моделі та прикладна статистика

## Тема 4.1

Елементи теорії масового обслуговування. Потоки подій (Пуассонівський потік), системи масового обслуговування (СМО): одноканальні та багатоканальні, характеристики ефективності.

## Тема 4.2

Дисперсійний аналіз (ANOVA). Однофакторний дисперсійний аналіз: перевірка гіпотези про рівність середніх у кількох групах. Застосування у порівнянні ефективності ІТ-систем.

## Тема 4.3

Ряди Фур'є та спектральний аналіз часових рядів. Основні поняття часових рядів: тренд, сезонність, залишкова компонента. Авторегресійні моделі та їх застосування.

## Тема 4.4

Імітаційне моделювання методом Монте-Карло. Генерація псевдовипадкових чисел, імітація складних систем. Застосування для оцінки ризиків у фінансових та ІТ-системах.

# Тема 4.1 — Лекційний матеріал

## Теорія масового обслуговування

**Лекція 12 (2 год.):** Предмет теорії масового обслуговування (ТМО). Потоки подій: найпростіший (Пуассонівський) потік — стаціонарність, відсутність наслідків, ординарність. Інтенсивність потоку  $\lambda$ . Закон Пуассона для кількості подій за час  $t$ .

**Системи масового обслуговування (СМО):** структура (джерела вимог, черга, канали обслуговування, вихід). Класифікація СМО: без очікування та з обмеженою/необмеженою чергою.

Одноканальна СМО (M/M/1):  $\rho = \lambda/\mu$  (навантаження),  $P_0 = 1-\rho$  (ймовірність простою),  $L_q = \rho^2/(1-\rho)$  (середня довжина черги),  $W_q = \lambda/(\mu(\mu-\lambda))$  (середній час очікування).

## Характеристики ефективності СМО

- $\rho = \lambda/\mu$  — коефіцієнт завантаження каналу
- $P_0 = 1-\rho$  — ймовірність простою (для M/M/1 при  $\rho < 1$ )
- $L_q = \rho^2/(1-\rho)$  — середня кількість вимог у черзі
- $L = \rho/(1-\rho)$  — середня кількість вимог у системі
- $W_q = L_q/\lambda$  — середній час очікування в черзі

## Прикладні задачі

- Оптимізація пропускної здатності серверів та мережевих вузлів
- Планування кількості операціоністів у банківських відділеннях
- Аналіз черг у системах обробки платіжних транзакцій

# Тема 4.1 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Розрахунок характеристик одноканальної СМО типу М/М/1 за заданими параметрами  $\lambda$  та  $\mu$ . Аналіз стійкості системи (умова  $\rho < 1$ ) та побудова залежності  $L_q$  від  $\rho$ .

**Задача 2.** Порівняльний аналіз одноканальної та дворівневої СМО: обчислення характеристик ефективності та вибір оптимальної конфігурації для задачі обслуговування запитів до бази даних.

**Задача 3.** Кейс: розрахунок оптимальної кількості операціоністів у банківському відділенні при заданих потоці клієнтів та часі обслуговування. Обґрунтування рішення щодо кількості робочих місць.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Теорія масового обслуговування»
- Підготовка реферату: «Застосування теорії масового обслуговування в оптимізації ІТ-інфраструктури та банківських процесів» (3–4 сторінки)
- Виконання розрахункового завдання: моделювання СМО в Excel для заданих параметрів  $\lambda$ ,  $\mu$ , кількість каналів
- Розв'язання задач на характеристики СМО різних типів (5 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє класифікувати СМО, розраховувати характеристики ефективності одноканальної та багатоканальної системи, застосовувати ТМО для оптимізації бізнес-процесів і технічних систем.

# Тема 4.2 — Лекційний матеріал

## Дисперсійний аналіз (ANOVA)

**Лекція 13 (2 год.):** Задача дисперсійного аналізу: порівняння середніх у  $k \geq 2$  групах. Однофакторний дисперсійний аналіз (One-Way ANOVA): нульова гіпотеза  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ ; альтернативна  $H_1$ : хоча б дві середні відрізняються. Декомпозиція загальної суми квадратів:  $SS_{total} = SS_{between} + SS_{within}$ .

**F-статистика** Фішера:  $F = MS_{between} / MS_{within}$ , де  $MS = SS/df$ . Критична область:  $F > F_{\{\alpha, k-1, N-k\}}$  за таблицею Фішера. Оцінка р-значення. Умови застосування ANOVA: нормальність розподілу, рівність дисперсій (критерій Левена), незалежність спостережень.

### Ключові компоненти ANOVA-таблиці

| Джерело        | SS              | df  | MS                     | F                                |
|----------------|-----------------|-----|------------------------|----------------------------------|
| Між групами    | SS <sub>B</sub> | k-1 | SS <sub>B</sub> /(k-1) | MS <sub>B</sub> /MS <sub>W</sub> |
| Всередині груп | SS <sub>W</sub> | N-k | SS <sub>W</sub> /(N-k) | —                                |
| Загальна       | SS <sub>T</sub> | N-1 | —                      | —                                |

### Застосування

- Порівняння ефективності кількох алгоритмів обробки даних
- Аналіз впливу маркетингових каналів на фінансові показники
- Порівняння операційних витрат різних бізнес-підрозділів

# Тема 4.2 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Проведення однофакторного ANOVA вручну: складання ANOVA-таблиці, обчислення F-статистики, порівняння з критичним значенням. Задача: перевірка рівності середнього часу відгуку трьох серверних конфігурацій.

**Задача 2.** Реалізація ANOVA в Excel (інструмент «Однофакторний дисперсійний аналіз»): завантаження даних, інтерпретація таблиці результатів, висновок про значущість факторного впливу.

**Задача 3.** Перевірка умов застосування ANOVA: нормальність (критерій Шапіро–Уїлка) та однорідність дисперсій (критерій Левена). Кейс: порівняння ефективності трьох фінансових продуктів за рівнем доходності клієнтів.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В. «Теорія ймовірностей і математична статистика» (СумДУ, 2022) — розділ «Дисперсійний аналіз»
- Виконання аналітичного завдання: повний ANOVA-аналіз для реального набору даних у Excel; підготовка звіту з висновками
- Підготовка аналітичної записки: «ANOVA у задачах порівняльного аналізу ефективності IT-систем та фінансових продуктів» (3 сторінки)
- Розв'язання задач з однофакторного дисперсійного аналізу (5 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє проводити однофакторний дисперсійний аналіз, інтерпретувати ANOVA-таблицю, перевіряти умови застосовності критерію та робити обґрунтовані висновки щодо впливу факторів.

# Тема 4.3 — Лекційний матеріал

## Аналіз часових рядів

**Лекція 14 (2 год.):** Поняття часового ряду (ЧР): послідовність спостережень, впорядкована в часі. Компоненти ЧР: тренд (Т) — довгострокова тенденція; сезонна компонента (S) — регулярні коливання; циклічна компонента (C); нерегулярна (залишкова) складова (E). Адитивна ( $Y = T + S + E$ ) та мультиплікативна ( $Y = T \cdot S \cdot E$ ) моделі.

**Методи згладжування та виявлення тренду:** ковзне середнє, метод найменших квадратів для лінійного тренду ( $Y = a + bt$ ). Вирівнювання за допомогою аналітичних функцій тренду. Сезонна декомпозиція. Метод простого та подвійного експоненційного згладжування Хольта.

## Прогнозування за часовими рядами

Прогнозування на основі виявленого тренду. Показники якості прогнозу: MAE (середня абсолютна похибка), RMSE (середньоквадратична похибка), MAPE (середня відсоткова похибка). Введення поняття авторегресійних моделей AR(p) та ARMA(p,q) як основи сучасного аналізу ЧР.

## Застосування

- Прогнозування фінансових показників та виручки підприємства
- Аналіз сезонності попиту на банківські послуги
- Прогнозування навантаження на сервери та мережевий трафік
- Виявлення аномалій та шахрайства у фінансових часових рядах

# Тема 4.3 — Практичне заняття та СРС

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Виявлення компонент часового ряду: побудова графіку ЧР, визначення тренду (метод МНК), розрахунок сезонних індексів. Практична робота в Excel з реальними фінансовими даними.

**Задача 2.** Прогнозування значень ЧР на основі виявленої тенденції. Оцінка точності прогнозу за показниками MAE та MAPE. Порівняння лінійного та поліноміального трендів.

**Задача 3.** Кейс: аналіз часового ряду щомісячних доходів умовного IT-підприємства або обсягів банківських кредитів (за відкритими даними НБУ). Побудова прогнозу на 3 місяці.

## Самостійна робота (5 год.)

- Опрацювання підручника: Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика» (КПІ, 2024) — розділ «Аналіз часових рядів»
- Виконання завдання: аналіз реального часового ряду (дані НБУ, Держстату або [finance.yahoo.com](https://finance.yahoo.com)) — виявлення тренду, сезонності та побудова прогнозу засобами Excel
- Підготовка аналітичної записки: «Методи прогнозування часових рядів у фінансовому аналізі та управлінні IT-ресурсами» (3 сторінки)
- Розв'язання задач на аналіз і прогнозування ЧР (5 задач)

**Очікуваний результат:** студент вміє виявляти компоненти часового ряду, будувати моделі тренду методом МНК, розраховувати сезонні індекси та здійснювати прогнозування із оцінкою точності.

# Тема 4.4 — Лекційний матеріал та Практичне заняття

## Метод Монте-Карло. Імітаційне моделювання

**Лекція 15 (2 год.):** Суть методу Монте-Карло (ММК): статистичне моделювання шляхом генерації псевдовипадкових чисел. Генерація в.в. з заданим розподілом: метод оберненої функції (для рівномірного та показникового розподілів), метод Бокса–Мюллера (для нормального розподілу).

**Застосування ММК:** обчислення визначених інтегралів; оцінка ймовірностей складних подій; моделювання ризиків (Value-at-Risk у фінансах); імітація роботи СМО; моделювання надійності складних систем. Збіжність ММК: похибка порядку  $1/\sqrt{n}$  — компроміс між точністю та обчислювальними затратами.

## Практичне заняття (2 год.)

**Задача 1.** Реалізація ММК в Excel для обчислення числа  $\pi$  (задача Бюффона). Аналіз збіжності при збільшенні кількості ітерацій  $n$ .

**Задача 2.** Імітаційне моделювання СМО: генерація пуассонівського потоку вимог та показниково розподілених часів обслуговування. Оцінка характеристик системи методом Монте-Карло та порівняння з аналітичними результатами.

**Задача 3.** Кейс: оцінка фінансового ризику (VaR) портфелю методом Монте-Карло: генерація сценаріїв прибутковостей активів, побудова розподілу P&L, розрахунок VaR на рівні довіри 95% та 99%.

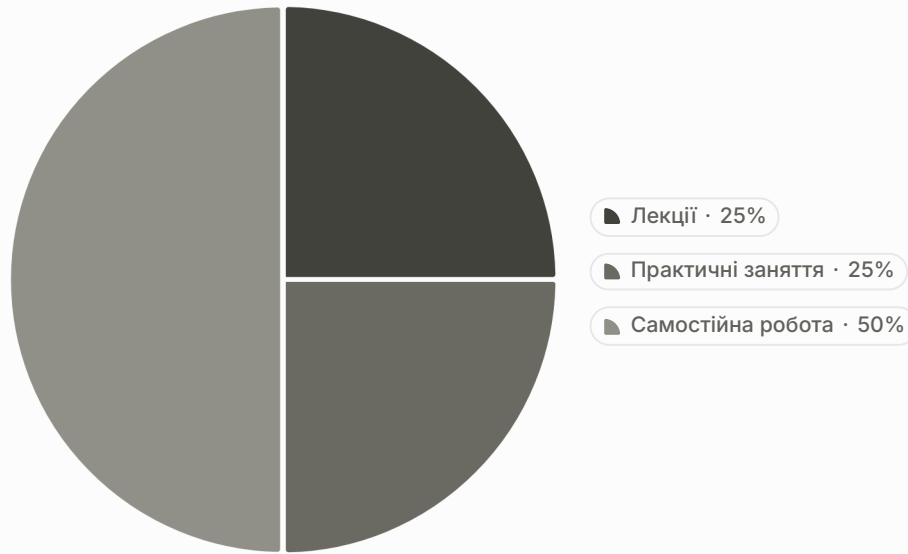
# Розподіл навчального часу – 120 годин

| Модуль   | Тема                                                             | Лекції (год.) | Практичні (год.) | СРС (год.) |
|----------|------------------------------------------------------------------|---------------|------------------|------------|
| Модуль 1 | Тема 1.1 – Випадкові події та ймовірності                        | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 1.2 – Теореми додавання/множення. Байєс                     | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 1.3 – Схема Бернуллі та наближення                          | 2             | 2                | 5          |
| Модуль 2 | Тема 2.1 – Дискретні випадкові величини                          | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 2.2 – Неперервні в.в. Рівномірний та показниковий розподіли | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 2.3 – Нормальний розподіл. ЦГТ                              | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 2.4 – Двовимірні в.в. Кореляція                             | 2             | 2                | 5          |
| Модуль 3 | Тема 3.1 – Вибірковий метод. Первинна статистика                 | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 3.2 – Точкове та інтервальне оцінювання                     | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 3.3 – Перевірка статистичних гіпотез                        | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 3.4 – Кореляційний та регресійний аналіз                    | 2             | 2                | 5          |
| Модуль 4 | Тема 4.1 – Теорія масового обслуговування                        | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 4.2 – Дисперсійний аналіз (ANOVA)                           | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 4.3 – Аналіз часових рядів                                  | 2             | 2                | 5          |
|          | Тема 4.4 – Метод Монте-Карло                                     | 2             | 2                | 5          |
| Разом    |                                                                  | 30            | 30               | 60         |



Загальний обсяг: **120 годин = 4 кредити ЄКТС**. Розподіл є орієнтовним і може коригуватися відповідно до специфіки навчального процесу.

# Структура навчального часу



## Коментар до розподілу

Загальний обсяг — **120 годин (4 кредити ЄКТС)** — розподілено між трьома формами роботи для забезпечення балансу між теорією та практикою.

### Лекції — 30 год. (25%)

Системне подання ключового теоретичного матеріалу з теорії ймовірностей і математичної статистики з використанням математичних формул, схем і прикладів із ділової практики ІТ та фінансів.

### Практичні — 30 год. (25%)

Відпрацювання навичок розв'язання задач, робота з реальними наборами даних у Excel та Python, аналіз кейсів із сфери ІТ, фінансів та обліку.

### Самостійна робота — 60 год. (50%)

Поглиблене вивчення, підготовка завдань, індивідуальні розрахункові роботи, опрацювання літератури та підготовка до іспиту. СРС становить **50% обсягу дисципліни**.

# Самостійна робота студентів — Детальний опис



## Опрацювання літератури

Поглиблене вивчення теоретичного матеріалу за підручниками з теорії ймовірностей і математичної статистики (Веригіна та ін., Гончаров та ін.), збірниками задач, науковими статтями. Студент конспектує ключові положення, виводить основні формули та порівнює підходи різних авторів.



## Індивідуальні завдання

Виконання розрахункових завдань (обчислення ймовірностей, числових характеристик, довірчих інтервалів, перевірка гіпотез); аналітичних завдань (кореляційно-регресійний аналіз, аналіз часових рядів); творчих завдань — есе, аналітичні записки щодо застосування статистики у фінансах та ІТ.



## Робота з інформаційними ресурсами та ПЗ

Опрацювання офіційних статистичних сайтів: НБУ ([bank.gov.ua](http://bank.gov.ua)), Держстату ([ukrstat.gov.ua](http://ukrstat.gov.ua)), Мінфіну ([mof.gov.ua](http://mof.gov.ua)). Практична робота в Excel (функції статистичного аналізу, надбудова «Пакет аналізу») та ознайомлення з бібліотеками Python ([scipy.stats](http://scipy.stats), [numpy](http://numpy), [matplotlib](http://matplotlib)) для статистичних обчислень.



## Підготовка до занять та іспиту

Підготовка до практичних занять (опрацювання умов задач, повторення формул); підготовка до тестувань (ключові терміни, формули, умови застосовності); систематична підготовка до модульного та підсумкового контролю — іспиту (систематизація знань, типові задачі всіх 4 модулів).

# Форми контролю знань

1

## Поточний контроль

Завдання: розрахункові та аналітичні вправи за темами змістовного модуля. Оцінюються регулярність виконання завдань, правильність розрахунків і рівень засвоєння матеріалу. Поточний контроль формує накопичувальну оцінку протягом семестру. Проводиться після кожної теми у формі тестування (10–15 питань) або розв'язання задач.

2

## Проміжний контроль (модульна контрольна робота)

Контрольна робота після кожного з 4 змістовних модулів — комплексне завдання, яке охоплює теоретичні питання та розрахункові задачі відповідного модуля. Оцінюються повнота відповіді, правильність обчислень та обґрунтованість висновків. Форма: аудиторна письмова контрольна робота.

3

## Підсумковий контроль — Іспит

Іспит відповідно до навчального плану. Форма проведення — письмовий іспит (теоретичні питання + розрахункові задачі з усіх 4 модулів). Підсумкова оцінка враховує результати поточного, проміжного та підсумкового контролю відповідно до встановленої шкали: **100-бальна система** з переведенням у національну шкалу та ЄКТС (A, B, C, D, E, FX, F).

# Методи викладання

Викладання дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» поєднує класичні академічні та інтерактивні методи, що забезпечує формування не лише міцної теоретичної бази, а й практичних навичок аналізу даних, необхідних для майбутньої професійної діяльності у сфері комп'ютерної інженерії, фінансів і обліку.

## Лекції

Системне подання теоретичного матеріалу з виведенням ключових формул, наочними схемами, ілюстрацією застосувань у задачах IT та фінансів; студенти ведуть конспекти та задають уточнювальні запитання.

## Розв'язання задач

Відпрацювання обчислювальних навичок за темами (ймовірності, числові характеристики, довірчі інтервали, перевірка гіпотез, регресія); відпрацювання алгоритмів розв'язання типових задач іспиту.

## Кейс-стаді

Аналіз реальних даних з фінансових систем, банківського сектору, IT-компаній; застосування статистичних методів для прийняття обґрунтованих рішень в умовах невизначеності.

## Комп'ютерний практикум

Реалізація статистичних методів у MS Excel (пакет аналізу) та Python (scipy.stats, numpy, matplotlib); формування навичок автоматизованої обробки даних.

## Дискусії

Обговорення застосувань ймовірнісного та статистичного апарату в сучасних задачах аналізу даних, машинного навчання, ризик-менеджменту та фінансового аналізу; розвиток критичного мислення.

## Самостійне дослідження

Підготовка аналітичних записок, розрахункових завдань та есе за обраною темою з використанням реальних статистичних даних; розвиток навичок самостійного дослідження та узагальнення.



Усі методи спрямовані на формування компетентностей, передбачених освітніми програмами спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія».

# Рекомендована література та ресурси

## Підручники та навчальні посібники (2022–2024 рр.)

1

**Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В.**  
Теорія ймовірностей та математична статистика [Електронний ресурс] : підручник для здобувачів ступеня бакалавра. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. — 273 с. URL: [ela.kpi.ua](http://ela.kpi.ua)

2

**Гончаров О. А., Князь І. О., Хоменко О. В.**  
Теорія ймовірностей і математична статистика : навчальний посібник. — Суми : СумДУ, 2022. — 174 с.

3

**Горбачук В. М. та ін.**  
Теорія ймовірностей та математична статистика [Електронний ресурс] : підручник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними та економічними спеціальностями. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023.

4

**Пащенко І., Медведєв М.**  
Теорія ймовірності та математична статистика : підручник. — 2-ге вид., оновл. — Київ, 2022.

5

**Турчин В. М.**  
Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі : підручник для студентів ВНЗ. — Дніпро : Дніпровський університет, 2022. — 4-те вид., перероблене.

6

**Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К.**  
Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник. — 5-те вид. — Київ : Центр учбової літератури, 2023.

7

**Жалдак М. І., Кузьміна Н. М., Михалін Г. О.**  
Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник для студентів фізико-математичних та інформатичних спеціальностей. — Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2022. — 750 с.

8

**Покровський Є. О., Покровський С. Є., Савчук О. В.**  
Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посіб. — Вид. 2-ге, оновл. — Київ, 2023.

## Збірники задач та методичні матеріали

→

**Голомозий В. В., Карташов М. В., Ральченко К. В.**  
Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики : навч. посіб. — Київ : ВПЦ «Київський університет», 2022.

→

**Кармелюк Г. І.**  
Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язання задач : навч. посіб. — Київ : Центр учбової літератури, 2022. — 576 с.

→

**Методичні матеріали кафедри (електронні ресурси)**  
Конспекти лекцій, індивідуальні завдання та таблиці статистичних розподілів — розміщені в системі дистанційного навчання університету.

## Офіційні ресурси та онлайн-інструменти

|                                                                                                                                                          |                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Національний банк України</b><br><a href="http://bank.gov.ua">bank.gov.ua</a>                                                                         | <b>Державна служба статистики</b><br><a href="http://ukrstat.gov.ua">ukrstat.gov.ua</a>                   |
| <b>Міністерство фінансів України</b><br><a href="http://mof.gov.ua">mof.gov.ua</a>                                                                       | <b>Електронний архів КПІ (підручники)</b><br><a href="http://ela.kpi.ua">ela.kpi.ua</a>                   |
| <b>SciPy Documentation (Python)</b><br><a href="https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/stats.html">docs.scipy.org/doc/scipy/reference/stats.html</a> | <b>Wolfram MathWorld — Statistics</b><br><a href="http://mathworld.wolfram.com">mathworld.wolfram.com</a> |
| <b>Журнал «Економіка та суспільство»</b><br><a href="http://economyandsociety.in.ua">economyandsociety.in.ua</a>                                         |                                                                                                           |